### **Tutoría 2**

**CONTENIDOS TEMÁTICOS:**

**Límites**

Límites infinitos, limites al infinito, asíntotas, continuidad, limites unilaterales

**ACTIVIDADES PREVIAS A LA SESIÓN**

**TRABAJO INDIVIDUAL**

1. Realice las lecturas básicas u otras que usted consulte para que profundice en el tema propuesto

**2. ACTVIDAD EN CIPAS**

Realizar los ejercicios propuestos en un documento escrito (con normas para presentación de trabajos escritos y las enviara al final de la tutoría) al correo institucional del tutor o a la plataforma tu aula

**SESIÓN PRESENCIAL**

* 1. Aclaración de dudas del presente trabajo
  2. Entrega de trabajos por cipas (puede ser enviado al correo del tutor: lfvalencial@ut.edu.co)
  3. Conclusiones
  4. Presentación siguiente tutoría

**DOCUMENTO ANEXO DE LECTURAS BASICAS**

**LIMITE: Si** una función f está definida para valores de x próximos a un número dado “a” y si al acercarse los valores de x al número “a”, encontramos que los valores de f(x) se acercan más y más a un número real L, entonces decimos que L es el límite de f(x) cuando x tiende a “a” que se denota lim f(x) = L

x---a

PROPIEDADES DE LOS LIMITES

**(I**lustra cada una de las siguientes propiedades con un ejemplo)

1. Una función no puede tender hacia dos límites distintos al mismo tiempo, es decir, si el límite de una función existe, este es único.
2. Si f es una función polinómica, entonces lim f(x) = f(a)

**x---a**

**3.** El límite de una función constante es la misma constante

4. El límite de una suma de funciones es igual a la suma de los límites de cada función dada, siempre que estos límites existan.

**5.** El límite de un producto de funciones es igual al producto de los límites de cada función, siempre y cuando estos límites existan.

6. El límite de una potencia es igual al límite de la base, siempre que esta exista, elevado al exponente.

7. El límite de la raíz de una función es igual a la raíz del límite de la función, siempre que este sea positivo cuando el índice es par.

8. El límite de un cociente de funciones es igual al cociente de cada una, siempre que el denominador sea diferente de cero.

9.El límite del logaritmo de una función es igual al logaritmo del límite de la función, siempre que el límite de la función sea positivo.

**Si se quiere eliminar indeterminaciones de la forma 0/0, considere:**

* Si la función es racional. Factorice la expresión dada y simplifique el resultado, luego aplique las propiedades de los límites.
* Si la función es irracional entonces: racionalice el numerador o denominador multiplicando por la conjugada de la expresión donde aparecen los radicales, luego opere algebraicamente y simplifique y posteriormente aplica las propiedades de los límites a la expresión obtenida.
* El límite cuando x tiende a infinito se obtiene dividiendo todos los términos de la expresión por la variable que tenga el mayor exponente, así como lo muestra el siguiente ejemplo: calcular el límite de la siguiente función cuando x tiende a infinito lim  , como la variable que tiene exponente mayor en x elevado al exponente uno, entonces se divide toda la expresión por x, de la siguiente manera:  y como el limite de una constante es la misma constante y el limite de un numero sobre x es igual a cero , entonces la expresión queda:  donde el limite de la funcion dada es igual a 1.

**Las asíntotas:** Geométricamente son líneas rectas a la cual se acercan los puntos de una curva prolongada al infinito sin llegar nunca a tocarla.

La recta x=a es una asíntota vertical de la gráfica de la función f, si al menos una de las siguientes proposiciones es cierta

Lim f(x)= +∞ lim f(x)= -∞ lim f(x)=+∞ lim f(x)=-∞

x→a x→a x→a x→a

la recta y=b es una asíntota horizontal de la gráfica de la función f , si al menos una de las siguientes proposiciones es cierta:

lim f(x)=b lim f(x)=b

x→∞ x→-∞

para calcular una asíntota vertical, se iguala el denominador a cero para determinar en qué punto se indetermina el denominador o se hace cero y ese valor encontrado es la asíntota vertical, ejemplo: f(x)= igualo el denominador a cero y obtenemos que x-5=0 equivale a x=5 por lo tanto la asíntota vertical de esta función es x=5.

Para calcular la asíntota horizontal se emplea el límite cuando x tiende a infinito de acuerdo al ejemplo anterior , es decir dividiendo toda la expresión por la variable de mayor exponente, por lo tanto en la misma función se calcula la asíntota horizontal así:  divido toda la expresión por x que es la variable con mayor exponente y obtenemos :  y al aplicar el límite cuando x tiende al infinito queda: , por lo tanto la asíntota horizontal de esta función es Y=0

**Funciones continuas**

[Intuitivamente, una función *f* es continua si su gráfica no contiene interrupciones, ni saltos ni oscilaciones indefinidas. Aunque esta descripción es, por lo general, suficiente para decidir si una función es continúa observando simplemente su gráfica, es fácil engañarse, y la definición rigurosa es *muy* importante. (Spivak, 132)]

[Las funciones continuas constituyen la clase básica de funciones para las operaciones del análisis matemático. La idea general de función continua viene a ser la de que su gráfica sea continua; esto es, que la curva pueda dibujarse sin separar el lápiz del papel. (Aleksandrov, 1, 117)]

**Intervalos finitos**

[Sean *a* y *b* dos números tales que *a < b*. El conjunto de todos los números *x* comprendidos entre *a* y *b* recibe el nombre de *intervalo abierto* de *a* a *b* y se escribe *a < x < b*. Los puntos *a* y *b* reciben el nombre de *extremos* del intervalo. Un intervalo abierto no contiene a sus extremos.

El intervalo abierto *a < x < b* junto con sus extremos *a* y *b* recibe el nombre de *intervalo cerrado* de *a* a *b* y se escribe *a* ≤ *x* ≤ *b*.

Sea *a* un número cualquiera. El conjunto de todos los números *x* tales que *x < a* recibe el nombre de *intervalo infinito.* Otros intervalos infinitos son los definidos por *x* ≤ *a*, *x > a* y *x* ≥ *a*. (Ayres, 2)]

**Definición de función continúa**

[La función *f* es **continua en** *a* si

.



(Spivak, 132)]

[Una función se dice *continua en un intervalo dado* si es continua en todo punto *x* de este intervalo...

Así, para dar una definición matemática de esa propiedad de las funciones que viene caracterizada por el hecho de que su gráfica sea continua (en el sentido usual de la palabra), fue necesario definir primero la continuidad local (continuidad en el punto *a*), y luego, a partir de ella, definir la continuidad de la función en todo el intervalo.

**ACTIVIDAD PROPUESTA PARA ENTREGAR EN CIPAS**

(Cada uno de los ejercicios propuestos tienen el mismo valor, incluir procedimiento, enviar al correo del tutor)

1. Encontrar las asíntotas horizontales y verticales de la gráfica de las funciones dadas:

a.f(x)= b. f(x)= c. f(x)= e. f(x)= f. f(x)= g. f(x)= h. -5x-2y-3=-4xy i. x j. (y

2. Trazar las gráficas de cada una de las siguientes funciones,

|  |  |
| --- | --- |
|  |  |
| b. . | d. |
| e. | f. |

3. Hallar los límites de las siguientes funciones cuando x tiende a 

a.lim  b. lim  c. lim 

d. lim  e. lim  f. lim 

g. lim  h. lim  i. lim 

4. En los siguientes ejercicios **trazar la gráfica** y encontrar el límite indicado si existe, si no existe, dar la razón

2-x si x 3+x si x

a. -1 si x=1 x b. 0 si x=-2 x

x -3 si 1 11-x si -2

c. x para x= 1 d.  para x= -3

7 para x=1 c=1 -5 para x= -3 c=-3

e.  para x= 1 f.  para x = 9

3 para x= 1 c=1 7 para x = 9 c=9

* 1. Hallar las asíntotas de

a. f(x)= b. c. d. .



* 1. Graficar y hallar el límite cuando x tiende a 1

2-x si x

a. -1 si x=1 x

x -3 si 1